Spiral plat avec courbe terminale concentrique

Anisochronisme en position horizontale

Cas d'une montre bracelet

Caractéristiques du spiral

Référence :E:\Résonateur (TA)\Data\Bal_spiral plat (ex num).mcd(R)

Référence :E:\Résonateur (TA)\Data\Définition Atan.mcd(R)

Dimensions $\quad ép = 0.03\,mm \quad ha = 0.15\,mm \quad S = 4.5 \times 10^{-3}\,mm^2 \quad TOL := 10^{-9}$

$d2_{sp} = 4.52\,mm \quad d1_{sp} = 1.1\,mm \quad d_{piton} = 5.1\,mm \quad p_{sp} = 0.135\,mm \quad n_{sp} = 12.667$

$L := L_{sp} \quad L = 11.182\,cm \quad \psi_0 := 2\cdot\pi\cdot n_{sp} \quad \psi_0 = 4.56 \times 10^3\,deg$

Position des goupilles de raquettes $\quad r_{GR} := 0.5\cdot d_{piton} \quad \alpha_{GR} := 0 \quad x_{GR} := r_{GR}\cdot cos(\alpha_{GR}) \quad y_{GR} := r_{GR}\cdot sin(\alpha_{GR})$

$x_{GR} = 2.55\,mm \quad y_{GR} = 0\,mm \quad z_{GR} := x_{GR} + i\cdot y_{GR}$

Position du point de raccordement sur le spiral $\quad \alpha_A := 4\cdot deg \quad r_A := 0.5\cdot d2_{sp} \quad z_A := r_A\cdot e^{i\cdot\alpha_A}$

Courbe terminale $\quad r_t := r_{GR} \quad x_{0t}(\alpha_t) := r_t\cdot cos(\alpha_t) \quad y_{0t}(\alpha_t) := r_t\cdot sin(\alpha_t) \quad z_{0t}(\alpha_t) := r_t\cdot e^{i\cdot\alpha_t}$

$s_t(\alpha_t) := r_t\cdot\alpha_t \quad l_t := s_t(\alpha_A) \quad l_t = 0.178\,mm$

Position du point d'attache à la virole $\quad r_V := 0.5\cdot d1_{sp} \quad \alpha_V(\theta) := \psi_0 + \alpha_A + \theta \quad x_V(\theta) := r_V\cdot cos(\alpha_V(\theta)) \quad y_V(\theta) := r_V\cdot sin(\alpha_V(\theta))$

Forme initiale du spiral

$a := \dfrac{p_{sp}}{2\cdot\pi} \quad r_s(\alpha) := r_A - a\cdot(\alpha - \alpha_A) \quad x_{0s}(\alpha) := r_s(\alpha)\cdot cos(\alpha) \quad y_{0s}(\alpha) := r_s(\alpha)\cdot sin(\alpha)$

$z_{0s}(\alpha) := r_s(\alpha)\cdot exp(i\cdot\alpha)$

$s(\alpha) := \dfrac{1}{2\cdot a}\cdot\left(r_A^{\,2} - r_s(\alpha)^2\right) \quad s(\alpha) := r_A\cdot(\alpha - \alpha_A) - \dfrac{a}{2}\cdot(\alpha - \alpha_A)^2 \quad L_t := s(\psi_0 + \alpha_A) + l_t$

$L_t = 11.2\,cm$

Amplitude stationnaire du balancier $\quad \theta_0 = 270\,deg$

Moment quadratique de section

Référence :E:\Résonateur (TA)\Tables\Modules J, I et W des barres élastiques.mcd(R)

$I_{33} := I_{f\_rect}(ép, ha)$

Déplacement de la virole libre

Contribution du spiral sans ses courbes terminales

$s_s(\alpha) := s(\alpha) + l_t \quad s'(\alpha) := r_A - a\cdot(\alpha - \alpha_A) \quad f(\theta, \alpha) := i\cdot\theta\cdot exp\left(i\cdot\theta\cdot\dfrac{s_s(\alpha)}{L_t}\right)$

$\Delta_S(\theta) := \dfrac{1}{L_t}\cdot\displaystyle\int_{\alpha_A}^{\alpha_A+\psi_0} z_{0s}(\alpha)\cdot f(\theta,\alpha)\cdot s'(\alpha)\,d\alpha \quad \Delta_S(\theta_0) = -0.207 - 5.621i \times 10^{-3}\,mm$

Contribution de la courbe terminale externe

$$\mathbf{\Delta_t}(\theta) := \frac{i\cdot\theta}{L_t}\cdot r_t\cdot\int_0^{\alpha_A} z_{0t}(\alpha_t)\cdot exp\left(i\cdot\frac{\theta}{L_t}\cdot r_t\cdot\alpha_t\right)d\alpha_t \qquad \mathbf{\Delta_t}(\theta) := \frac{-\theta\cdot r_t^2}{L_t+\theta\cdot r_t}\cdot\left(1-exp\left(i\cdot\alpha_A\cdot\frac{L_t+\theta\cdot r_t}{L_t}\right)\right)$$

$$\mathbf{\Delta_t}(\theta_0) = -7.379\times10^{-4} + 0.019i\,mm$$

Contribution du spiral entier

$$\mathbf{\Delta_1}(\theta) := \mathbf{\Delta_t}(\theta) + \mathbf{\Delta_s}(\theta) \qquad \mathbf{\Delta_1}(\theta_0) = -0.207 + 0.013i\,mm$$

$$u_1(\theta) := Re(\mathbf{\Delta_1}(\theta)) \quad v_1(\theta) := Im(\mathbf{\Delta_1}(\theta)) \quad u_1(\theta_0) = -0.207\,mm \quad v_1(\theta_0) = 0.013\,mm$$

$$\sigma2 := \frac{1}{L_t}\cdot\left[\int_{\alpha_A}^{\alpha_A+\psi_0}(|z_{0s}(\alpha)|)^2\cdot s'(\alpha)\,d\alpha + \int_0^{\alpha_A}(|z_{0t}(\alpha_t)|)^2\cdot r_t\,d\alpha_t\right] \qquad \sigma2 = 2.711\,mm^2$$

Perturbation de période - spiral non déformé en position de repos

$$X(\theta) := \frac{(|\mathbf{\Delta_1}(\theta)|)^2}{\sigma2} \qquad \gamma(\theta) := \frac{d}{d\theta}X(\theta) \qquad Delta(\theta_0) := \frac{-1}{2\cdot\pi\cdot\theta_0}\cdot\int_0^{2\cdot\pi}\gamma(\theta_0\cdot cos(\varphi))\cdot cos(\varphi)\,d\varphi$$

$$T := 2\pi\cdot\sqrt{\frac{J_b}{E\cdot I_{33}}\cdot L_t} \qquad T = 0.2502\ s \qquad \Delta T(\theta_0) := T\cdot(1+Delta(\theta_0)) - T_0$$

$$\mu(\theta_0) := -86400\cdot\frac{\Delta T(\theta_0)}{T_0} \qquad \boxed{\mu(\theta_0) = 3.651} \qquad \boxed{\mu(220\cdot deg) = -2.542}$$

$$\theta_m := 100\cdot deg, 120\cdot deg\,..\,360\cdot deg$$